

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

1. a) Se verifică prin calcul.

b)  $\det(A - A^t) = \det\left((A - A^t)^t\right) = \det(A^t - A) = -\det(A - A^t)$  deci  $\det(A - A^t) = 0$ .

c) Minorul  $\begin{vmatrix} b & b+1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$  este nenul.

2. a) Pentru orice  $x \in [0, \infty)$ , avem  $f(x) = x^3 + p \cdot x^2 + q \cdot x + r > 0$ .

b)  $S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = -p$ ,  $S_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = q$ .

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -p \cdot (S_1^2 - 2S_2) - q \cdot S_1 - 3r = -p^3 + 3pq - 3r.$$

c) Fie polinomul  $g \in \mathbb{R}[X]$ ,  $g = X^3 - (a+b+c)X^2 + (ab+bc+ca)X - abc$ , cu rădăcinile  $a, b, c$ .

Deoarece  $p = -(a+b+c) > 0$ ,  $q = ab+bc+ca > 0$  și  $r = -abc > 0$ , din punctul a) rezultă că rădăcinile  $a, b, c$  ale lui  $g$  nu sunt în intervalul  $[0, \infty)$ . Așadar,  $a, b, c \in (-\infty, 0)$ .